แรงปฏิกิริยา (Reaction)

1. แรงปฏิกิริยา (Reaction)

1.1 หลักการเบื้องต้นที่ใช้ในการคำนวณหาแรงปฏิกิริยา

1.1.1 ความหมายของแรงปฏิกิริยา

ลักษณะของโครงสร้างโดยทั่วไปนั้น แบ่งออกเป็น 2 ชนิดใหญ่ๆ คือ โครงสร้างแบบง่าย (Determinate Structural) และโครงสร้างแบบยาก (Indeterminate Structural) ในบทนี้จะกล่าวถึงเฉพาะโครงสร้างแบบง่าย (Determinate Structural) เท่านั้น สำหรับแรงที่กะทำต่อโครงสร้างนั้นมีอยู่ 2 ชนิด คือ

1.แรงกระทำ (Active Force) หมายถึงน้ำหนักของโครงสร้างเองหรือจากน้ำหนักบรรทุกบนโครงสร้าง

2.แรงปฏิกิริยา (Reaction Force) หมายถึงแรงที่ทำให้โครงสร้างเกิดสภาวะสมดุล

สำหรับโครงสร้างแบบง่าย (Determinate Structural) ใช้สมการสมดุลเพียง 3 สมการเท่านั้น ดังนั้นในการหาค่าแรงปฏิกิริยา (Reaction Force) ของโครงสร้างจะมีตัวไม่ทราบค่า (Unknown) ได้ไม่เกินสามตัว แต่ถ้ามีตัวไม่ทราบค่า (Unknown) เกิน 3 ตัวขึ้นไป โครงสร้างนั้นจะเป็นโครงสร้างแบบยาก (Indeterminate Structural) ซึ่งไม่สามารถใช้สมการสมดุลหาได้ ต้องสมการอื่นเข้ามาช่วยในการพิจารณา

1.1.2 การสมดุล (Equilibrium)

วัตถุที่ถูกแรงหลายหลายแรงกระทำในทิศทางต่างๆ ทำให้วัตถุนั้นทรงตัวอยู่ได้เราเรียกสภาวะนั้นว่าสภาวะสมดุลซึ่งมีดังนี้

$\sum Fx = 0$: หมายถึงผลรามของแรงทางพีชคณิตในแนวแกน x เท่ากับ 0

$\sum Fy = 0$: หมายถึงผลรามของแรงทางพีชคณิตในแนวแกน y เท่ากับ 0

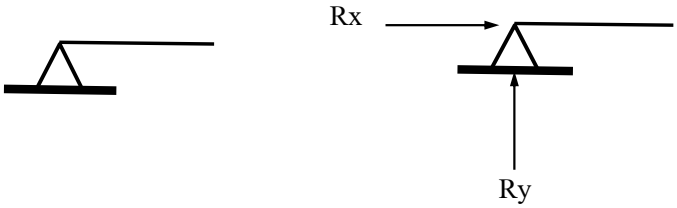
$\sum M = 0$: หมายถึงผลรามของแรงทางพีชคณิตรอบจุดใดๆ บนระนาบของแรงที่กระทำจะมีค่าเท่ากับ 0

1.2 พฤติกรรมของจุดรองรับแบบต่างๆ

1.2.1. ลักษณะของจุดรองรับแบบต่างๆ

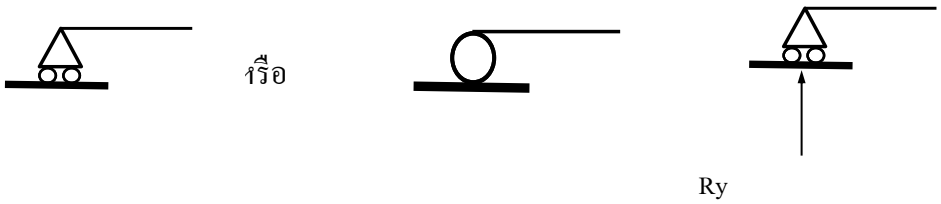
เพื่อความสะดวกในการคำนวณโครงสร้าง เราได้กำหนดสัญลักษณ์ในการยึดแบบต่างๆ เขียนแทนที่รองรับ (Support) ซึ่งจะทราบได้ว่าโครงสร้างนั้นมีลักษณะการยึดเป็นอย่างไรเพื่อสะดวกในการคำนวณหรือวิเคราะห์หาค่าแรงปฏิกิริยา (Reaction) ที่เกิดขึ้นบนฐานรองรับ (Reaction) หรือส่วนของโครงสร้าง มีหลายกรณี ดังนี้

1.2.1.1. การยึดแบบบานพับหรือการยึดหมุนแบบเคลื่อนที่ไม่ได้ (Hinge Support) ตามฐานรองรับหรือส่วนของโครงสร้างที่เป็นแบบบานพับ (Hinged) ที่รองรับแบบนี้ยอมให้มีการหมุนได้รอบแกนที่ตั้งฉากกับระนาบที่จุดรองรับนั้นแต่ไม่มีการเคลื่อนที่ใดๆ ไม่ว่าในแนวขนาดหรือแนวตั้งฉากกับระนาบที่จุดรองรับนั้นแต่ไม่มีการเคลื่อนที่ใดๆ ไม่ว่าในแนวขนานหรือในแนวตั้งฉากกับฐานรองรับฉะนั้นแรงปฏิกิริยาในแนวขนานกับฐานและแรงปฏิกิริยาในแนวตั้งฉากกับฐานเอง



เงื่อนไขในการยึดแบบบานพับ (Hinged) เป็นแบบยึดของ Support ให้อยู่กับที่แต่มีการเคลื่อนที่หรือหมุนรอบจุด A ได้ เช่น การยึดของสะพาน เป็นต้น ส่วนที่เป็นบานพับ หรือ Hinge ซึ่งสามารถหมุนได้รอบตัวดังนั้นโมเมนต์รอบจุดนั้นเท่ากับศูนย์ ($\sum M = 0$)

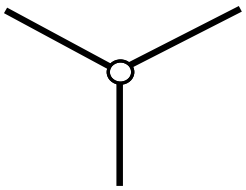
1.2.1.2. การยึดแบบเคลื่อนที่ได้ (Roller Support) ที่รองรับชนิดนี้สามารถให้หมุนได้รอบแกนที่ตั้งฉากกับระนาบที่จุดรองรับและยังสามารถเคลื่อนที่ในแนวขนานกับฐานรองแต่ไม่มีการเคลื่อนที่ในแนวตั้งฉากกับฐานรอง ดั้งนั้นแรงปฏิกิริยาจึงอยู่ในทิศทางที่ตั้งฉากกับฐานรองเพียงตัวเดียว



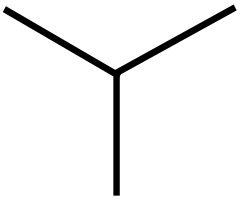
เงื่อนไขสำหรับการยึดแบบ Roller ส่วนที่เป็น Roller ซึ่งสามารถเคลื่อนที่ได้บนระนาบพื้นดังนั้นค่าแรงตามแนวราบหรือบนระนาบนั้นเท่ากันศูนย์ ($\sum Fx = 0$)

1.2.1.3. การยึดแบบข้อต่อ (Link Support) การยึดแบบข้อต่อนี้เป็นการยึดโครงสร้างโดยการนำเอาปลายของแต่ละชิ้นส่วนของโครงสร้างมาต่อยึดกัน เป็นการยึดที่กระทำเหมือนกับ Roller โดยมีการเคลื่อนได้ในแนวขนานกับระนาบที่ยึดเท่านั้นและแรงกระทำในส่วนของข้อต่อจะอยู่ในแนวของข้อต่อเสมอ แบ่งออกได้เป็น 2 ชนิด คือ

1. ข้อต่อแบบยึดหมุน (Pinned Joint) ข้อต่อแบบยึดหมุนนี้ ไม่มีการถ่ายโมเมนต์จากโครงสร้างหนึ่งไปยังอีกโครงสร้างหนึ่ง ดังนั้นผลรวมของโมเมนต์ที่จุดต่อนี้จะมีค่าเป็นศูนย์

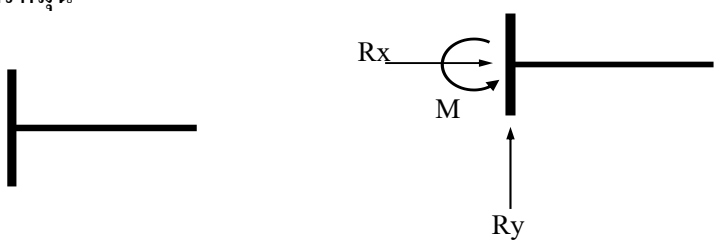


2. ข้อต่อแบบยึดรั้ง (Rigid Joint) ข้อต่อแบบยึดรั้งนี้จะมีการถ่ายโมเมนต์ จากโครงสร้างหนึ่งไปยังอีกโครงสร้างหนึ่ง โดยที่ส่วนของโครงสร้างอัดใดอันหนึ่งตรงจุดต่อหมุนไปเป็นมุมเท่าใด โครงสร้างส่วนอื่นๆ ที่นำมาต่อกันตรงจุดนั้นก็จะหมุนไปในทิศทางเดียวกันแลเป็นมุมเท่ากัน



เงื่อนไขโดยทั่วไปสำหรับการยึดแบบข้อต่อส่วนที่เป็นห่วงหรือ Links สามารถหมุนได้รอบตัวเช่นกัน ดังนั้นค่าผลรวมของโมเมนต์รอบจุดนั้นเท่ากับศูนย์ ($\sum M = 0$)

1.2.1.4. การยึดแบบยึดแน่น (Fixed Support) การยึดแบบนี้ไม่มีการเคลื่อนที่ใดๆ ทั้งสิ้น ดังนั้นจึงมีแรงปฏิกิริยาในแนวขนานกับฐานรอง 1 ตัว และในแนวตั้งฉากกับฐานรองรับอีก 1 ตัว และอีก 1 ตัวคือโมเมนต์ต้านทานต่อการหมุน

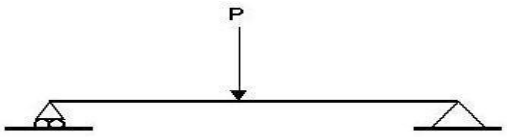


เงื่อนไขสำหรับการยึดแน่น ส่วนที่ยึดติดไม่สามารถเคลื่อนหมุนได้ ดังนั้นจะมีโมเมนต์ต้านทานแรงภายนอกเกิดขึ้นที่จุดนั้นเสมอ

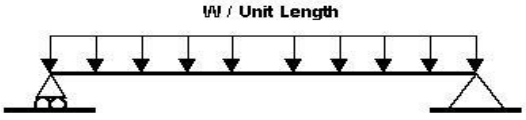
1.3. น้ำหนักกระทำ (Load)

น้ำหนักที่กระทำกับโครงสร้างนั้นนอกจากจะมีน้ำหนักของตัวโครงสร้างแล้ว ยังมีน้ำหนักอื่นๆ ที่กระทำโครงสร้างซึ่งน้ำหนักต่างๆ นั้นสามารถหาข้อมูลได้จากข้อกำหนดหรือบทบัญญัติของแต่ละท้องที่จะทำการสร้างโครงสร้างนั้น สำหรับในการวิเคราะห์แรงต่างๆ ที่จะเกิดขึ้นกับชิ้นส่วนโครงสร้างนั้น จะแบ่งน้ำหนักที่กระทำชิ้นส่วนโครงสร้างออกเป็น 2 แบบ คือ

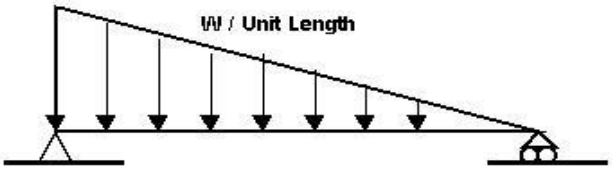
1.3.1. น้ำหนักที่กระทำลงตามจุดต่างๆ บนโครงสร้าง (Concentrated load หรือ Point load)



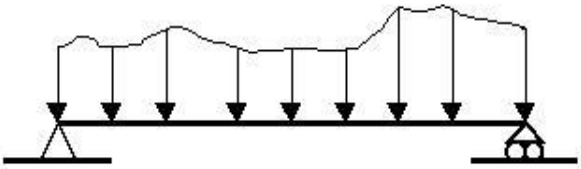
1.3.2. น้ำหนักแผ่กระจายบนโครงสร้าง (Distributed load หรือ Uniform load) ซึ่งกระทำลงบนชิ้นส่วนของโครงสร้าง อาจเป็นลักษณะแผ่สม่ำเสมอ หรือเป็นแบบแผ่กระจายไม่สม่ำเสมอ



แรงแผ่นกระจายสม่ำเสมอ



แรงกระจายเพิ่มขึ้นสม่ำเสมอ



แรงกระจายไม่สม่ำเสมอ

1.4. การจำแนกโครงสร้าง (STRUCTURAL CLASSIFICASION)

การที่จะพิจารณาว่าโครงสร้างนั้นเป็นโครงสร้างประเภทใด ขึ้นอยู่กับการมองว่ายึดถือสิ่งใดเป็นหลัดเกณฑ์ในการพิจารณา เช่นยึดถือวัสดุที่นำมาใช้ในการก่อสร้างเป็นหลักเกณฑ์ในการพิจารณาก็อาจจะกล่าวได้ว่าโครงสร้างนั้นเป็น โครงสร้าง , โครงสร้างเหล็ก (รูปพรรณ) , โครงสร้างคอนกรีตเสริมเหล็ก เป็นต้น หรือถ้าหากยึดถือตามลักษณะการใช้งานเป็นหลักเกณฑ์ในการพิจารณาก็อาจจะกล่าวได้ว่า โครงสร้างเหล่านั้นเป็นโครงสร้างอาคาร , โครงสร้างสะพาน เป็นต้น และหากยึดหลักหน้าที่ของชิ้นส่วนโครงสร้างเป็นหลักในการพิจารณา ก็อาจจะแบ่งโครงสร้างออกเป็น 2 ประเภท คือ

1. Statical Determinate Structures
2. Statical Indeterminate Structures

1. Statical Determinate Structures

Statical Determinate Structures คือโครงสร้างซึ่งสามารถที่จะวิเคราะห์ได้โดยใช้สมการสมดุลและสมการเงื่อนไข (ถ้ามี) หรือคือโครงสร้างที่มีแรงปฏิกิริยาที่จุดรองรับเท่ากับจำนวนของสามการสมดุลรวมกับจำนวนสมการเงื่อนไข (ถ้ามี)

2. Statical Indeterminate Structures

สำหรับโครงสร้างที่เป็นประเภท Statical Indeterminate Structures ก็คือโครงสร้างที่มีจำนวนของแรงปฏิกิริยาที่จุดรองรับมากกว่าสมการสมดุลรวมกับสมการเงื่อนไข (ถ้ามี) นั้นคือโครงสร้างประเภทนี้ไม่สามารถใช้สมการสมดุลรวมกับสมการเงื่อนไข (ถ้ามี) วิเคราะห์ได้

การพิจารณาโครงสร้าง

โครงสร้างไม่ว่าจะเป็น คาน , โครงถัก , และโครงข้อแข็ง ก็มีโอกาสที่จะเป็น Statical Determinate Structures หรือ Statical Indeterminate Structures ซึ่งขึ้นอยู่กับการออกแบบทางโครงสร้างและเครื่องมือที่ใช้ในการพิจารณาประเภทของโครงสร้าง ประกอบด้วย

1. สมการสมดุล (Equations of Equilibrium)
2. จำนวนแรงปฏิกิริยาที่จุดรองรับ (Support)
3. สมการเงื่อนไข (Equations of condition)

สูตรในการพิจารณา

$$SI = 3(m - j) + R - C$$

เมื่อ

m = ชิ้นส่วนของโครงสร้าง

j = จุดต่อของโครงสร้าง

R = จำนวนแรงปฏิกิริยา

C = Hinge ภายในมีค่าเท่ากับ (m – 1)

หลักเกณฑ์ในการพิจารณา

1. ถ้า $SI < 0$ คานไม่มีความมั่นคง (ไม่มีเสถียรภาพ) เรียกว่า Unstable
2. ถ้า $SI = 0$ คานเป็นประเภท Statical Determinate Structures
3. ถ้า $SI > 0$ คานเป็นประเภท Statical Indeterminate Structures

ตัวอย่างที่ 1 จงพิจารณาว่าโครงสร้างดังรูปเป็นโครงสร้างประเภท Statical Determinate Structures หรือ Statical Indeterminate Structures และมีเสถียรภาพหรือไม่

วิธีทำ

เขียน Free Body Diagram

สูตร

$$SI = 3(m - j) + R - C$$

เมื่อ

$m = 1$

$j = 2$

$R = 3$

$C = (m - 1) = 1-1 = 0$

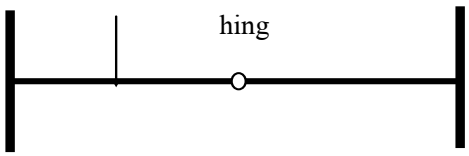
แทนค่า

$$SI = 3(1 - 2) + 3 - 0$$

$$= 0$$

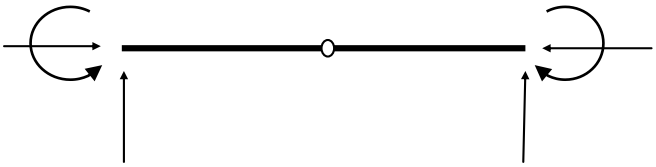
แสดงว่าโครงสร้างเป็นแบบ Statically Determinate Structures และมีเสถียรภาพ

ตัวอย่างที่ 2 จงพิจารณาว่าโครงสร้างดังรูปเป็นโครงสร้างประเภท Statical Determinate Structures หรือ Statical Indeterminate Structures และมีเสถียรภาพหรือไม่



วิธีทำ

เขียน Free Body Diagram



สูตร

$$SI = 3(m - j) + R - C$$

เมื่อ

$m = 2$

$j = 3$

$R = 6$

$C = (m - 1) = 2-1 = 1$

แทนค่า

$$SI = 3(2 - 3) + 6 - 1$$

$$= 2$$

แสดงว่าโครงสร้างเป็นแบบ Statically Indeterminate Structures และมีเสถียรภาพ

แรงปฏิกิริยา (Reaction)

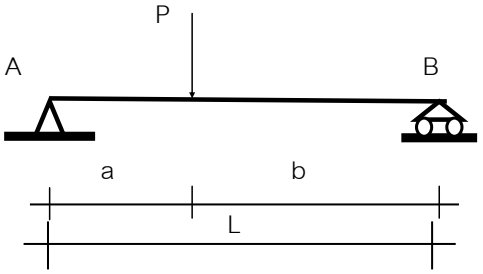
เมื่อมีน้ำหนักหรือแรงภายนอกกระทำกับโครงสร้างก็จะเกิดแรงปฏิกิริยาขึ้นที่จุดรองรับของโครงสร้างซึ่งจำนวนของแรงปฏิกิริยาจะมีมากหรือน้อยก็ขึ้นอยู่กับจำนวนของจุดรองรับและชนิดของจุดรองรับของโครงสร้าง เครื่องที่ใช้ในการหาค่าแรงปฏิกิริยาที่จุดรองรับของโครงสร้างนั้นประกอบด้วย

1. สมการสมดุล (Equations of Equilibrium)
2. จำนวนแรงปฏิกิริยาที่จุดรองรับ (Support)
3. สมการเงื่อนไข (Equations of condition)

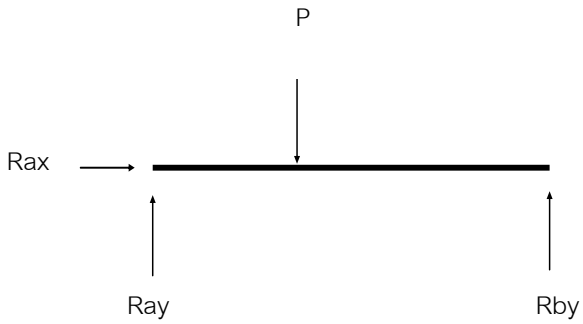
ขั้นตอนในการหาค่าแรงปฏิกิริยา

1. เขียนแผนภาอิสระของโครงสร้าง (Free body diagram)
2. ถ้ามีการติดตั้ง Hinge หรือ Pin ภายในโครงสร้าง ให้แยก Free body diagram ของโครงสร้างออกเป็นส่วนๆ
3. เลือกจุดรองรับจุดใดจุดหนึ่งเป็นจุดหมุนแล้วคิดสมดุลเนื่องจากโมเมนต์ ($\sum M = 0$)
4. ถ้าไม่มีการติด Hinge หรือ Pin ภายในโครงสร้างใช้สมการ ($\sum Fy = 0$) เพื่อหาค่าแรงปฏิกิริยาในแนวดิ่งที่เหลือจากข้อ 3 ถ้ามีการติดตั้ง Hinge หรือ Pin ภายในโครงสร้างให้นำค่าที่ได้จาก Free body diagram รูปที่เหลือ
5. ใช้สมการ $\sum Fx = 0$ เพื่อหาค่าของแรงปฏิกิริยาในแนวราบ

ตัวอย่างที่1 จงคำนวณหาแรงปฏิกิริยาในโครงสร้างดังรูป



วิธีทำ



Free body diagram

เลือก Support a เป็นจุดหมุน Take Moment

$\sum M = 0$ +↺

$(L \times Rby) - (P \times a) = 0$

$Rby = P.a / L$ ***Ans***

$\sum Fy = 0$ +↑

$Ray + Rby - P = 0$

$Ray = P - Rby = P - P.a / L$

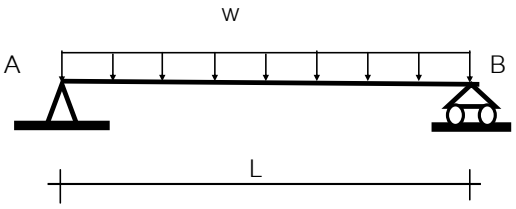
$Ray = P.b / L$ ***Ans***

$\sum Fx = 0$ +→

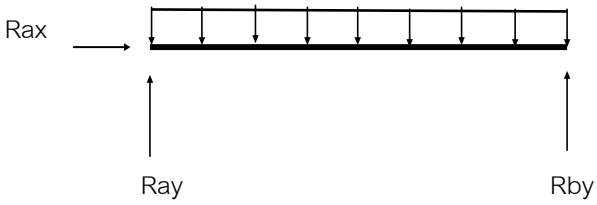
$Rax + 0 = 0$ (ไม่มีแรงในแนวราบมากระทำ)

$Rax = 0$ ***Ans***

ตัวอย่างที่2 จงคำนวณหาแรงปฏิกิริยาในโครงสร้างดังรูป



<u>วิธีทำ</u>



Free body diagram

เลือก Support a เป็นจุดหมุน (Take Moment at A)

[$\sum MA = 0$ $\circlearrowleft +$]

$$(L \times w) - (w \times L \times \frac{L}{2}) = 0$$

$$Rby = \frac{wL}{2} \quad Ans$$

[$\sum Fy = 0$ $\uparrow +$]

$$Ray + Rby - wL = 0$$

$$Ray = wL - \frac{wL}{2}$$

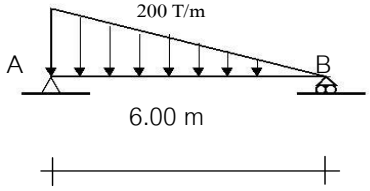
$$Ray = \frac{wL}{2} \quad Ans$$

[$\sum Fx = 0$ $\rightarrow +$]

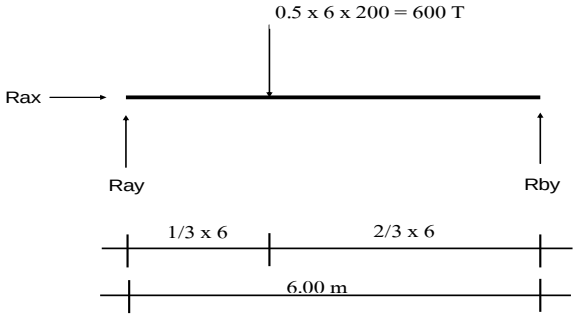
$Rax + 0 = 0$ (ไม่มีแรงในแนวราบมากระทำ)

$Rax = 0$ *Ans*

ตัวอย่างที่ 3 จงคำนวณหาแรงปฏิกิริยาในโครงสร้างดังรูป



วิธีทำ



เลือก Support a เป็นจุดหมุน (Take Moment at A)

[$\sum MA = 0$ $\circlearrowleft +$]

$$(Rby \times 6) - (600 \times 4) = 0$$

$$Rby = 400 \text{ T} \quad \textit{Ans}$$

[$\sum Fy = 0$ $\uparrow +$]

$$Ray + Rby - (\frac{1}{2} \times 6 \times 200) = 0$$

$$Ray = 600 - Rby = 600 - 400$$

$$Ray = 200 \text{ T} \quad \textit{Ans}$$

[$\sum Fx = 0$ $\rightarrow +$]

Rax + 0 = 0 (ไม่มีแรงในแนวราบมากระทำ)

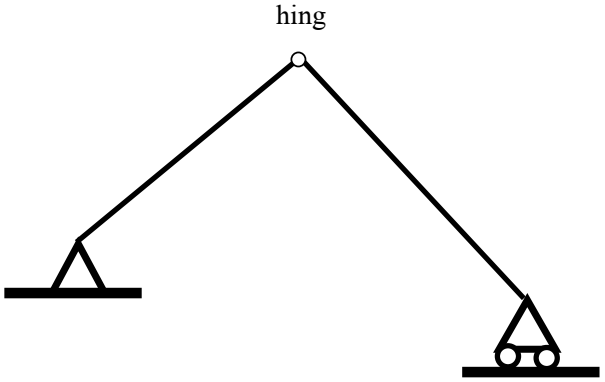
Rax = 0 *Ans*

	แบบฝึกหัด	สัปดาห์ที่ **3**	หน้าที่ **1**
รหัสและชื่อวิชา : **21062118 กลศาสตร์โครงสร้าง 2**			
แผนกวิชา : **ช่างก่อสร้าง**		**ชื่อสถานศึกษา :** วิทยาลัยเทคนิคน่าน	

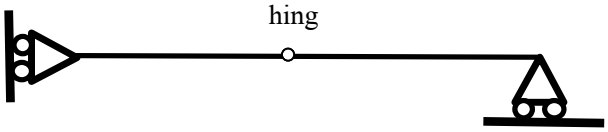
การบ้านครั้งที่ 1.

จงพิจารณาว่าโครงสร้างดังรูปเป็นโครงสร้างประเภท Statical Determinate Structures หรือ Statical Indeterminate Structures และมีเสถียรภาพหรือไม่

1).



2).



3).